

Generación del patrón de interferencia de Young usando la fórmula de difracción de Fraunhofer implementada en MATLAB

Angy Carolina Ortiz

Universidad Surcolombiana

u20182172474@usco.edu.co

ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-8279-1204>

Emiro Arrieta Jiménez

Universidad Surcolombiana

emiro.arrieta@usco.edu.co

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2884-1234>

Resumen

Uno de los primeros experimentos relevantes para la humanidad desde la óptica ondulatoria encaminado a poner de manifiesto la interferencia de la luz estuvo a cargo del científico inglés Thomas Young en el año de 1801, el cual permitió que la luz se aceptara como onda. Ahora, por su importancia para el área de la física en la educación media se recrear este experimento a través de una simulación computacional trabajada en el aula de clase por medio del Software MATLAB, y haciendo uso de los principios básicos de programación se crea un código que genere dos agujeros difractores, los cuales al operarlos con la fórmula de difracción de Fraunhofer (representada en gran parte por la discreta transformada rápida de Fourier implementada en MATLAB) generó el patrón de interferencia de Young, de tal forma que permitió comparar los resultados de la simulación con los experimentados por Thomas Young, lo cual sirve como una alternativa para el docente en la enseñanza de las temáticas de interferencia y difracción de campo lejano, así como la introducción del estudiante al campo de la programación, debido a la falta de laboratorios, equipos e instrumentos idóneos para el desarrollo de dicha práctica.

Palabras clave: Óptica ondulatoria, patrón de interferencia, Software MATLAB, programación, enseñanza.

Young's interference pattern generation using Fraunhofer's diffraction formula implemented in MATLAB

Abstract

One of the first relevant experiments for mankind from the wave optics aimed at revealing the interference of light was conducted by the English scientist Thomas Young in 1801, which allowed light to be accepted as a wave. Now, due to its

importance, this experiment was recreated through a computational simulation worked in the classroom using MATLAB software, and making use of the basic principles of programming, a code was created to generate two diffracting holes, which when operated with Fraunhofer's diffraction formula (represented in large part by the discrete fast Fourier transform implemented in MATLAB) generated Young's interference pattern, This allows comparing the results of the simulation with those experienced by Thomas Young, which serves as an alternative for the teacher in teaching the topics of far-field interference and diffraction, as well as the introduction to the field of programming, due to the lack of laboratories or equipment suitable for the development of such practice.

Keywords: Wave optics, interference pattern, MATLAB software, programming, teaching

Introducción

Dado el avance continuo en la implementación de tecnologías en el aula, es esencial como lo menciona Ramírez (2012) la integración de herramientas como las simulaciones computacionales, las cuales potencian el aprendizaje de los estudiantes.

Dado que las experiencias de laboratorio son fundamentales en el proceso de enseñanza de los estudiantes de educación media, es preocupante que muchas instituciones educativas del país no cuenten con los laboratorios, equipos o instrumentos adecuados, como láseres, detectores, analizadores, entre otros, que suelen tener un costo elevado en el mercado. Esta falta de recursos, junto con la inexperiencia en su manipulación y la limitación de tiempo impuesta por el calendario académico, restringe la capacidad de los estudiantes para realizar experimentos prácticos en áreas como la física. En particular, en la enseñanza de la física en educación media, es crucial realizar prácticas de laboratorio que permitan a los estudiantes experimentar y comprender conceptos fundamentales, como la óptica ondulatoria. Un ejemplo clave es el experimento de Thomas Young, que demuestra la interferencia de la luz y revela su naturaleza ondulatoria por primera vez (López y Tamayo, 2012).

Para abordar esta necesidad, proponemos recrear el experimento de Thomas Young mediante simulaciones computacionales utilizando el software MATLAB. Esto se logrará desarrollando un código que modele la difracción a través de dos agujeros, aplicando la fórmula de difracción de Fraunhofer y utilizando la Transformada Rápida de Fourier (FFT). Esta recreación permitirá obtener resultados que evidencien el patrón de difracción en la región de campo lejano, corroborando así el comportamiento ondulatorio de la luz.

El uso de MATLAB facilita en gran medida la creación de códigos simples y efectivos, ya que este software, además de ser accesible y fácil de manejar, incluye la fórmula de difracción de Fraunhofer en su sistema operativo. Esto permite que los estudiantes se concentren en comprender los conceptos básicos de la óptica ondulatoria sin verse abrumados por los detalles técnicos y físicos más complejos. Dado que los estudiantes de educación media aún están familiarizándose con los fenómenos de difracción y la programación, MATLAB ofrece una introducción accesible al uso de simulaciones computacionales a través de programación básica.

Aunque el uso de software como MATLAB no reemplaza los métodos tradicionales para adquirir competencias básicas en ciencias físicas, sí complementa la educación práctica. Las simulaciones computacionales permiten a los estudiantes combinar su conocimiento empírico con el aprendizaje teórico

del aula para explorar el patrón de interferencia de Young de manera más dinámica e interactiva. La recreación computacional del experimento de interferencia de Thomas Young con MATLAB y la implementación de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) ofrecen a los docentes una herramienta valiosa para enseñar conceptos de interferencia y difracción en el campo lejano.

En este sentido, el uso de MATLAB no solo simplifica la enseñanza de la difracción y la interferencia, sino que también permite a los estudiantes desarrollar habilidades en simulación computacional y programación básica, enriqueciendo su comprensión de los fenómenos ópticos de una manera más atractiva e intuitiva (Bleda et al., 2006).

Interferencia

Cuando las ondas por lo demás idénticas que proceden de dos fuentes se traslapan en un punto en el espacio, la intensidad de la onda combinada en ese punto puede ser mayor o menor que la intensidad de cualquiera de las dos ondas. A este efecto se le llama interferencia. La interferencia puede ser constructiva, cuando la intensidad neta es mayor que las intensidades individuales, o destructiva, cuando la intensidad neta es menor que las intensidades individuales (Resnick, 1999).

Para que se produzca interferencia constructiva o destructiva, es esencial que haya una diferencia de fase adecuada entre las ondas que se superponen, así como coherencia entre ellas. La coherencia implica que la relación de fase entre las ondas permanezca constante a lo largo del tiempo. En los experimentos de interferencia con luz, generalmente se requiere dividir la luz de una sola fuente en dos componentes que se comportan como si fueran emitidas por fuentes de luz independientes (Resnick, 1999).

Este proceso se puede lograr haciendo pasar la luz a través de dos rendijas de tamaño comparable a la longitud de onda de la luz, lo que causa que la onda de luz se difracte en ambas rendijas, como se ilustra en la figura 1. Este es el principio que subyace en el experimento original de Thomas Young. Al analizar la figura 1, podemos derivar dos fórmulas cuantitativas que determinan los puntos de interferencia constructiva o destructiva en la pantalla, basadas en la diferencia de camino que recorren las ondas desde las rendijas hasta cualquier punto en la pantalla de interferencia.

Estas fórmulas permiten calcular los puntos donde las ondas interferirán de manera constructiva (máximos de interferencia) o destructiva (mínimos de interferencia), en función de la diferencia de camino que existe entre ellas. Así, podemos predecir con precisión dónde se formarán los patrones de interferencia, proporcionando una herramienta poderosa para la comprensión y análisis de los fenómenos ondulatorios de la luz.

Para tener un máximo en P los dos rayos deben llegar en fase y así $S_1b (= d \sin \theta)$ debe contener un número entero de longitud de onda, o sea:

$$S_1b = m\lambda \quad m=0,1,2\dots$$

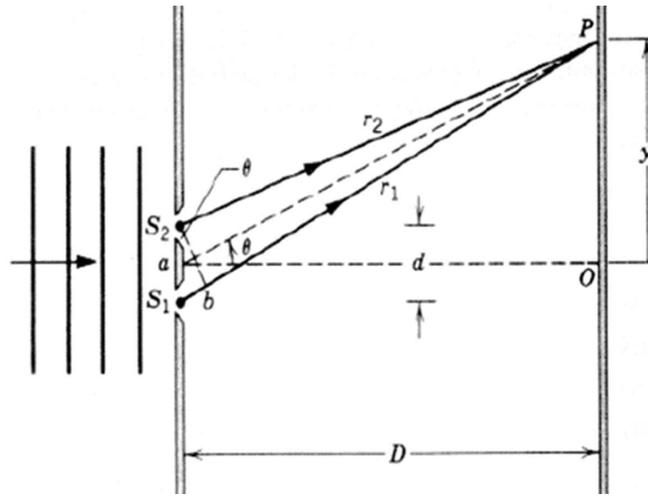
Lo cual se puede escribir así, como la fórmula (1):

$$d \sin \theta = m\lambda \quad m=0,1,2\dots \quad (\text{máximos}) \quad (1)$$

Donde d es la separación entre las rendijas, λ longitud de la onda, θ posición angular con el cual relacionamos los puntos de interferencia en la pantalla y m corresponde al número entero que relaciona el orden de franjas de interferencias observadas en la pantalla. Como se puede ver en la figura 1.

Figura 1

Los rayos que proceden de S_1 y S_2 se combinan en el punto P donde $D \gg d$.



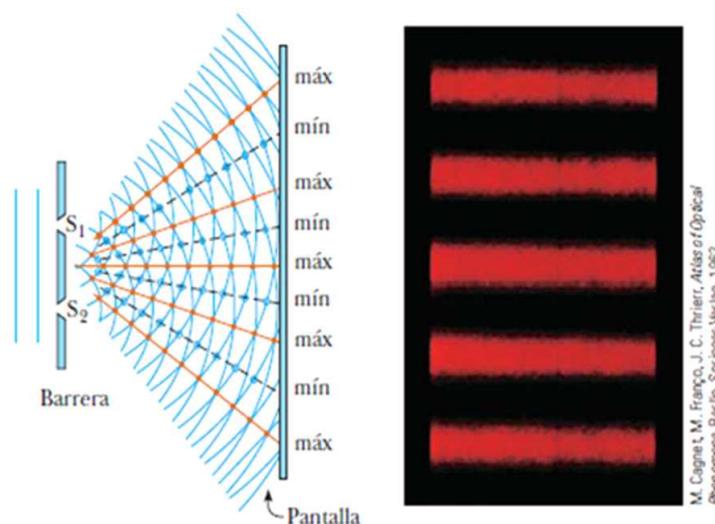
Fuente: (Resnick, 1999)

En la condición de campo lejano, tenemos que θ es pequeño, entonces $\sin\theta \approx \tan\theta$, así reemplazando este cambio en la fórmula (1), y apoyándonos en el triángulo que tiene como cateto adyacente d presentado en la Figura 1, hallamos que $\tan\theta = y/D$, en consecuencia, con estos cambios obtenemos la fórmula (2), que representa la posición de máximos de interferencia en la pantalla como se evidencia en la figura 2.

$$\gamma_m = m\lambda D/d \quad (2)$$

Figura 2

Diagrama esquemático del experimento de doble ranura de Young. Las ranuras S_1 y S_2 se comportan como fuentes coherentes de ondas de luz que producen un patrón de interferencia en la pantalla (observándose la amplificación del centro del patrón formado en la pantalla).



Fuente (Jewett, 2009)

En la fórmula (2), D representa la distancia entre las fuentes de luz y la pantalla de difracción, para este caso el patrón de interferencia no cambia de forma sino de tamaño debido a que este patrón se encuentra en el campo de la difracción de Fraunhofer, que en este caso permitió la aproximación del seno por la tangente del ángulo teta.

Para un mínimo en P los dos rayos deben interferir en fase por un múltiplo impar de π para lo cual $S1b (= d\text{sen}\theta)$ debe contener un número semientero de longitud de onda, como se evidencia en la fórmula (3)

$$d\text{sen}\theta = (m + (\frac{1}{2})) \lambda, m = 0, \pm 1, \pm 2... \text{ (mínimos)} \quad (3)$$

Los valores negativos de m dan la posición de los mínimos en la mitad inferior de la pantalla.

Análogamente de la Formula (3) se tiene la fórmula (4) para la posición de los mínimos de interferencia en la pantalla.

$$y_m = (m + (\frac{1}{2})) \lambda D/d \quad (4)$$

Experimento de Young de la doble rendija

Thomas Young realizo por primera vez en el año de 1801 un experimento de interferencia como el mostrado en la Figura 1, y cuyos patrones se aprecian de forma notoria en la figura 2. Este experimento proporciono la primera prueba concluyente de la naturaleza ondulatoria de la luz. Puesto que, como lo indican las fórmulas (1) y (2), el experimento de las franjas de interferencias depende de la longitud de onda, lo que proporciono la primera medición directa de la longitud de onda de la luz (Resnick, 1999).

Sabemos teóricamente que la intensidad de la onda resultante que representa el patrón de Young ubicado en la pantalla a una distancia D con respecto a las dos fuentes o ranuras viene dada por la intensidad en la interferencia de dos fuentes tal como lo evidencia la fórmula (5)

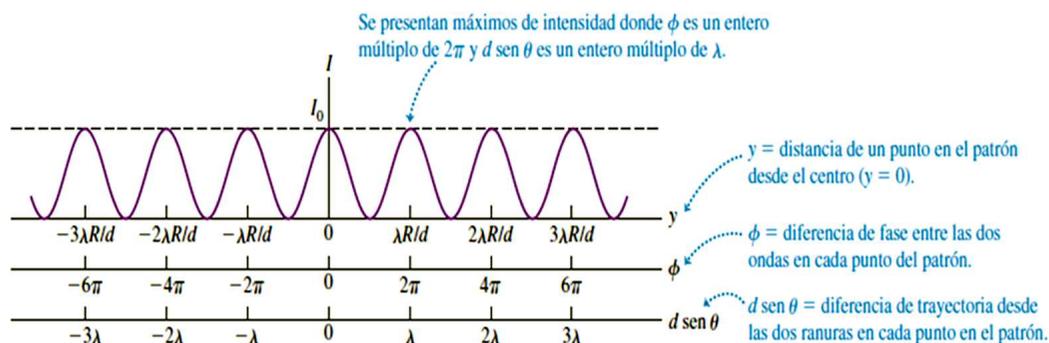
$$I = I_{max} \text{Cos}^2 (\phi/2) \quad (5)$$

Donde $\phi = 2\pi d\text{sen}\theta / \lambda$ es la diferencia de fase.

En la figura 3 se evidencia como se distribuye la intensidad del patrón de interferencia de Thomas Young cuando la luz atraviesa las ranuras e interfiere.

Figura 3

Distribución de la intensidad en el patrón de interferencia de dos ranuras idénticas



Fuente (Freedman, 2009)

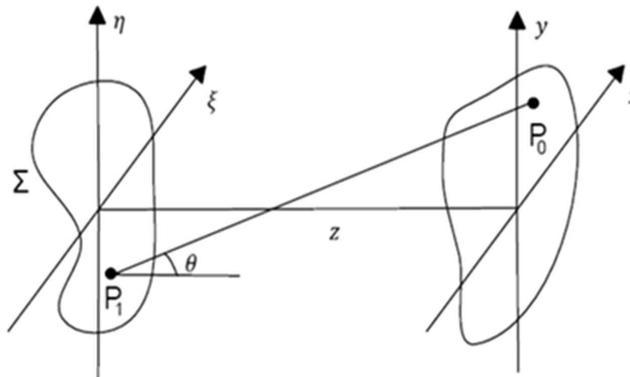
Difracción de Fraunhofer y discreta transformada rápida de Fourier

Goodman (2005) plantea que "la primera solución de difracción de Rayleigh-Sommerfeld para incidencia de onda plana en la abertura, viene dada por la fórmula que expresa el campo observado" como la fórmula (6)

$$U(P_0) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Sigma} U(P_1) \frac{\exp(ikr_{01})}{r_{01}} \cos\theta \, ds \quad (6)$$

Entonces, campo observado $U(P_0)$ como una superposición de ondas esféricas divergentes que se encuentran en cada punto P_1 de la abertura Σ , como se puede apreciar en la figura 4. Esto es el principio de Huygens Fresnel predicho por Rayleigh-Sommerfeld. (Acosta, 2020).

Figura 4
 Geometría de difracción



Fuente (Acosta, 2020).

Después de realizar algunas consideraciones físicas y pasos matemáticos en la fórmula (6) se obtiene la fórmula (7) de difracción de Fraunhofer o de campo lejano, dada por:

$$U(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{i\frac{2\pi}{\lambda z}(x\xi + y\eta)} \, d\xi \, d\eta \quad (7)$$

La cual según Acosta (2020) es una transformada de Fourier con frecuencias $f_x = x/\lambda z$ y $f_y = y/\lambda z$ multiplicada por los factores de afuera de la integral.

La fórmula (7) se puede implementar computacionalmente, en varios Softwares, entre ellos MATLAB, el cual tiene la ecuación incorporada en su sistema operativo como la transformada rápida de Fourier (FFT) por sus siglas en inglés, usada para estudiar fenómenos de difracción en la región de campo lejano o de Fraunhofer.

MATLAB

Es un software de aplicación para las matemáticas y gráficos con su propio lenguaje interpretativo, que es ampliamente utilizado para la simulación y modelado en disciplinas científicas y de ingeniería, está optimizado para las operaciones vectoriales y matriciales. Por lo tanto, es una buena herramienta para simulaciones de óptica de Fourier, que generalmente implican al menos dos dimensiones. Entre las ventajas de utilizar este Software se presenta su programación que requiere menos tiempo a comparación de otros lenguajes o Software similares, permitiendo también usar un lenguaje cercano al de las matemáticas para definir de

manera fácil y rápida nuevas funciones que se incorporan a MATLAB mediante el toolbox, este Software tiene grandes capacidades graficas ideales para este tipo de experiencias en la educación media (Jiménez, 2012).

Metodología

El presente artículo corresponde a una investigación de enfoque mixto usando aspectos cuantitativos y cualitativos de tipo disciplinar de las ciencias físicas, específicamente lo referente a la óptica ondulatoria en tanto a temas de enseñanza de la difracción e interferencia de la luz en estudiantes de educación. Por tanto, se plantea como objetivo recrear el experimento de Thomas Young a través de una simulación computacional trabajada en el aula de clase por medio del Software MATLAB, implicando la enseñanza en el campo de las ciencias físicas al hacer uso de estas tecnologías lo que proporciona el aprendizaje de los estudiantes al sacar beneficio de ellas.

Para esto se creó un programa en MATLAB que generara las dos aberturas que representan los objetos difractores, y después se usa el código FFT, el cual al operarse con la matriz que genera las dos aberturas, reproduce computacionalmente el patrón de interferencia de Young, similar al derivado analíticamente con la fórmula de difracción de Fraunhofer.

Para ejecutar MATLAB versión 9.14 R2023a es necesario disponer de un computador con la versión instalada y actualizada o manejarla de forma gratuita en la web si se cuenta con acceso a internet, de igual forma es necesario abordar principios básicos de la programación teóricamente desde el aula de clase para que el manejo de este Software no sea frustrante y se logre cumplir con el objetivo planteado.

Contexto

La recreación del experimento de Thomas Young está diseñada para ser utilizada por estudiantes de educación media en instituciones educativas que carecen de laboratorios, equipos o instrumentos adecuados para realizar experimentos relevantes en la óptica ondulatoria. Este enfoque proporciona una solución accesible para experimentar y comprender fenómenos como la interferencia de la luz. Además, esta recreación computacional puede ser una valiosa herramienta para el personal docente, sirviendo como una alternativa eficaz para enseñar los conceptos de interferencia y difracción en el campo lejano, o como un complemento práctico para las sesiones teóricas en el aula.

La elección de MATLAB para esta recreación está orientada a que es sencilla y accesible, lo que lo convierte en una herramienta ideal tanto para estudiantes como para docentes, independientemente de su experiencia previa en programación. MATLAB permite a los usuarios crear y ejecutar simulaciones de manera intuitiva, facilitando la comprensión de los fenómenos ópticos complejos a través de una plataforma fácil de usar. De este modo, los estudiantes pueden interactuar con los conceptos teóricos de manera práctica y dinámica, incluso en la ausencia de equipos físicos sofisticados.

Ejecutar MATLAB

Al abrir MATLAB. Las ventanas que aparecen comúnmente incluyen el "directorio actual", "ventana de comandos," e "Historia de comando." Estas ventanas se agrupan a menudo juntas como parte de la ventana principal que comprende el "Escritorio" de MATLAB. El directorio actual muestra la carpeta en la que se almacenaran los trabajos y los archivos que se encuentran en esa carpeta relacionada con MATLAB. El código se introduce en la ventana de comandos donde se ejecuta una línea a la vez que se introduce, al hacer clic en Run se ejecuta el código permitiendo su generación y guardado automáticamente en "historial de comandos".

Se escribe el código de FFT en la ventana de comandos, para la generación del patrón de interferencia de Thomas Young:

```
function [I]=IYoung%Simulacion del fenomeno de Young
close all;
clear;
I=input('Digite la separacion entre los dos agujeros:');
I=zeros(5*I,5*I);
j1=(5*I/2)-(I/2);j2=(5*I/2)+(I/2);
I((2.5*I),(j1))=1;
I((2.5*I),(j2))=1;
```

Se debe tener en cuenta que antes de ejecutar el código de FFT se deben considerar las órdenes para la separación entre los agujeros difractores que en este caso de 10mm, y la ordenes para dibujar la figura:

```
%Dibuja la figura
figure(1);
imagesc(I);
colormap(gray);
axis square; axis xy;
colormap('gray'); xlabel('x (mm)'); ylabel('y (mm)');
title('z= 0 m')
```

Para calcular la transformada:

```
%calcula la transformada
y1=fft2(I);
z=fftshift(y1);
```

Finalmente, para dibujar la transformada:

```
%Dibuja la transformada
figure(2);
imagesc(log(abs(z)+1));
colormap(bone);
figure(3);
mesh(abs(z));
end
```

Es importante tener en cuenta que los comentarios o títulos que se les vaya a dar a cada código deben ir después del símbolo de (%), de este modo todo lo que se escriba a continuación en la misma línea no será leído por MATLAB. Se pueden colocar varias órdenes en una línea si se separan correctamente, puede ser: por comas (,) que hacen que se visualicen los resultados o puntos y comas (;) que suprimen la impresión en pantalla (Casado, 2010).

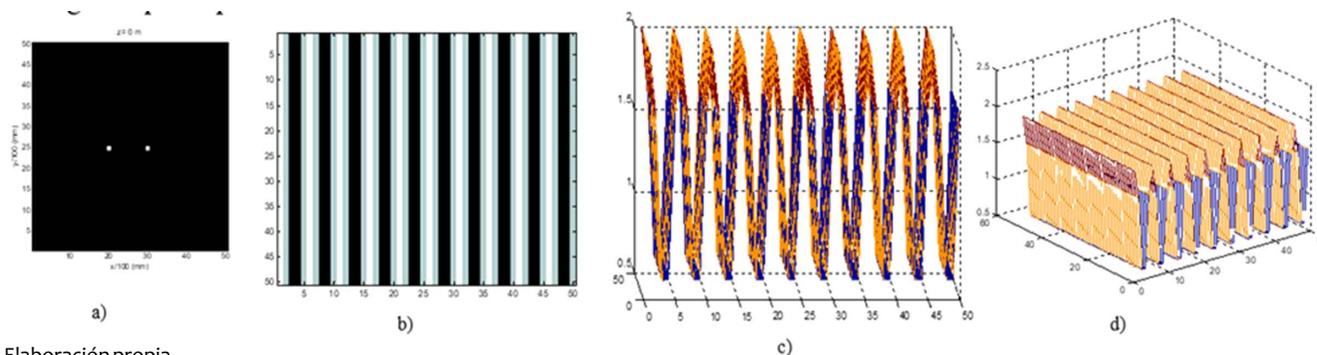
En la parte superior derecha se encuentra el botón de *Run* para ejecutar el código, el cual abrirá una ventana correspondiente a los resultados de las gráficas del perfil de patrón de interferencia de Thomas Young con 10 franjas de interferencia destructivas, así como el perfil en 2D y 3D.

Resultados y Discusión

A partir de la recreación del experimento de Thomas Young y la creación del código para la FFT ejecutados en MATLAB, se genera el patrón de interferencia como se evidencia en la figura 5

Figura 5

Representación simulada en MATLAB del patrón de Interferencia de Thomas Young, a) Dos objetos difractores tipo agujeros separados por 10mm, b) perfil del patrón de Young con 10 franjas de interferencia destructivas, c) perfil en 2D y c) patrón de Young en 3D.



Elaboración propia.

Dado que el patrón corresponde a dos ranuras, hay exactamente un mínimo de intensidad situado a medio camino entre cada par de máximos, el cual corresponde a los ángulos a los que la diferencia de fase entre ondas provenientes de las dos fuentes es de π , 3π , 5π , y así sucesivamente, se puede observar que existen un buen acuerdo entre estos resultados con los teóricos que fueron evidenciados por Thomas Young en el año de 1801, ya que el número de franjas de interferencias es directamente proporcional a la separación de los dos agujeros, este número de franjas también corrobora que la luz no solo se comporta como partícula sino que presentada dualidad onda-partícula. (Freedman, 2009)

Conclusiones

Los resultados obtenidos mediante el uso del software MATLAB muestran un acuerdo notable entre el número de franjas de interferencia y la distancia de separación entre las aberturas de los objetos difractores. Existe una relación directamente proporcional entre estos dos factores, confirmando así los principios teóricos demostrados en los experimentos originales de Thomas Young.

MATLAB se presenta como una alternativa computacional eficaz para la enseñanza de temas complejos como la interferencia y la difracción en el campo lejano. Este software permite a los estudiantes familiarizarse con las simulaciones computacionales y la programación básica, utilizando el fenómeno de la difracción para comprender el comportamiento de la luz. Esta herramienta es particularmente valiosa en instituciones educativas que carecen de laboratorios adecuados o equipos específicos necesarios para llevar a cabo estos experimentos. La implementación de simulaciones con MATLAB no solo es más económica, sino que también ahorra tiempo y facilita la ejecución de experimentos que de otro modo serían costosos y difíciles de realizar.

Al utilizar el Software MATLAB de fácil acceso y manejo que además cuenta con la ecuación de difracción de Fraunhofer en su sistema operativo, lo que genera satisfacción y no frustración en los estudiantes al ejecutarla al Software y obtener los resultados esperados según la literatura y los trabajos en el aula de clase, esto también permite comprender que las prácticas tradicionales se pueden implementar en las nuevas tecnologías beneficiando tanto a alumnos como a docentes.

La implementación de la tecnología, y en particular el uso del software MATLAB, se considera un recurso tecnológico para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias físicas, especialmente en la óptica ondulatoria y la difracción. Esta herramienta representa un desafío tanto para docentes como para estudiantes, ya que requiere esfuerzo y dedicación para integrar de manera efectiva la tecnología en el proceso educativo. Sin

embargo, este desafío también ofrece una oportunidad para transformar el aula en un "laboratorio" alternativo.

El uso de MATLAB permite a los estudiantes explorar y verificar los principios de la óptica ondulatoria de manera dinámica e interactiva, a través de la recreación del experimento de Thomas Young. Esta recreación computacional proporciona una forma innovadora de estudiar la interferencia de la luz sin la necesidad de equipos de laboratorio costosos o difíciles de manejar. Al simular el experimento de Thomas Young, los estudiantes pueden seguir los procesos y entender los fundamentos teóricos detrás de los patrones de interferencia, todo ello en un entorno virtual accesible y adaptable.

Referencias

- Acosta, M. (2020). *Cálculo numérico del patrón de difracción de Fresnel de una abertura circular*. Mexico D.F: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Casado, F. C. (2010). *Manual básico de Matlab*. Obtenido de <https://webs.ucm.es/centros/cont/descargas/documento11541.pdf>
- Freedman, R. H. (2009). *Física universitaria con física moderna* (12 ed., Vol. 2). México: PEARSON EDUCACIÓN.
- Goodman, J. (2005). *Introduction to Fourier Optics, 2da edition*. Stanford, Estados Unidos: Roberts Company publishers.
- J, F., Bleda, S., & S, G. (14 de Abril de 2006). *Aplicación gráfica interactiva basada en MATLAB para el análisis del experimento de la doble rendija de Young*. Obtenido de <https://ice.ua.es/va/jornadas-redes-2012/documentos/posters/246291.pdf>
- Jewett, R. A. (2009). *Física para ciencias e ingeniería con Física Moderna, Vol. 2*. 7ta edición. México: Cengage Learning Editores, S.A. de C.V.
- Jiménez, E. A. (8 de Enero de 2012). *Blog de Óptica Oscilaciones y Ondas*. Obtenido de Blog de Óptica Oscilaciones y Ondas: <https://fisoptica.files.wordpress.com/2016/05/unidad-31.pdf>
- López. Rúa, A. M., & Tamayo, A. O. (Junio de 2012). Las practicas de laboratotio en la enseñanza de las ciencias naturales. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 8(1), 145-166. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/1341/134129256008.pdf>
- Ramírez, S. N. (Septiembre de 2012). Las TIC en el aula: retos y oportunidades. (I. Hernandez, Ed.) *Santillana*, 3.
- Resnick, D. H. (1999). *Física, Vol. 2 versión aplicada, 4ta edición*. Mexico: Continental, S.A de C.V.